

*Кательніков Денис Іванович,
к.т.н., доцент кафедри програмного забезпечення
Вінницького національного технічного університету, Україна*

*Фандеєва Яніна Андріївна, студентка групи ПЗ 15-мі
факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії
Вінницького національного технічного університету, Україна*

РОЗВ'ЯЗОК ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ З ВИКОРИСТАННЯМ СЕРЕДОВИЩА MATLAB

Розглянуто можливості розв'язку транспортної задачі як часткової задачі лінійного програмування з використанням сучасного пакету прикладних програм (ППП) MATLAB.

Ключові слова: транспортна задача, оптимізація, ітеративний алгоритм, MATLAB.

There are considered possibilities of solving of the transportation problem as linear programming task using MATLAB software.

Keywords: transportation problem, optimization, iterative algorithm, MATLAB.

Вступ. Сучасні міжнародні умови, вимагають в галузі логістики вантажних перевезень усе більшої уваги до оптимізації розрахунку маршрутів вантажних перевезень. Ефективність та якість вантажних перевезень значно залежать від оптимізації процесів координації роботи різних видів транспорту, раціонального розподілу між ними обсягів перевезень, своєчасного формування необхідних управлінських рішень. Для вирішення такого роду проблем використовується транспортна задача.

Метою роботи є оптимізація розв'язання транспортної задачі методом реалізації у різних середовищах, у тому числі середовищі Matlab.

Головною задачею роботи є розв'язок транспортної задачі у середовищі Matlab.

Об'єктом дослідження є транспортна задача класичного вигляду.

Предметом дослідження пакет прикладних програм для числового аналізу, а також мова програмування, Matlab.

Розв'язок транспортної задачі у середовищі Matlab

Транспортна задача (ТЗ) — задача про оптимальний план перевезення продукту із пунктів відправлення (виробництва) до пунктів споживання. Розробка і використання оптимальних схем вантажних потоків дозволяють знизити витрати на перевезення. ТЗ по теорії складності обчислень є NP складною або входить в клас складності NP[1].

Побудуємо математичну модель транспортної задачі. Нехай в m пунктах A_1, A_2, \dots, A_m зберігається або виробляється деякий однорідний продукт відповідно в кількостях a_1, a_2, \dots, a_m одиниць. Цей продукт використовується або споживається в пунктах B_1, B_2, \dots, B_n в об'ємах, відповідно, b_1, b_2, \dots, b_n одиниць. Транспортування продукту можливе з кожного пункту відправки $A_i, (i = \overline{1, m})$ в кожний пункт призначення $B_j, (j = \overline{1, n})$. Вартість перевезення одиниці продукту із пункту $A_i, (i = \overline{1, m})$ в пункт $B_j, (j = \overline{1, n})$ позначимо через $c_{ij}, (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$. Матрицю $C = \|c_{ij}\|_{i=\overline{1, m}, j=\overline{1, n}}$ називають матрицею транспортних витрат

Введемо змінні задачі, а саме, позначимо через

$$x_{ij} \geq 0, (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}) \quad (1)$$

кількість одиниць продукту, що перевозяться із пункту $A_i, (i = \overline{1, m})$ в пункт $B_j, (j = \overline{1, n})$. Тоді загальна вартість всіх перевезень буде рівна значенню функції

$$L(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (2)$$

де $x_{ij} \geq 0$ є елементами матриці $\mathbf{X} = \|x_{ij}\|_{i=\overline{1, m}, j=\overline{1, n}}$, яку називають планом

перевезень.

У найпростішому випадку потрібно вивезти весь продукт із всіх пунктів зберігання, тобто повинні виконуватись умови

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = \overline{1, m} \quad , \quad (3)$$

а також завезти його всім споживачам рівно за потребами, що означає виконання умов

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = \overline{1, n} \quad . \quad (4)$$

Зауважимо, що система (3), (4) буде мати допустимі розв'язки тоді і тільки тоді, коли буде виконуватись умова, яку називають умовою балансу транспортної задачі

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad . \quad (5)$$

Саму транспортну задачу у цьому випадку називають збалансованою або закритою. Отже, з математичної точки зору збалансована транспортна задача полягає у відшуканні такої матриці $\mathbf{X} = \|x_{ij}\|_{i=\overline{1, m}, j=\overline{1, n}}$, елементи якої за виконання умови балансу (5) задовольняють умови (1), (3), (4) і на якій досягається мінімум лінійної функції (2).

Транспортна задача є частковим випадком задачі лінійної оптимізації і може бути представлена в наступній формі[2]:

$$c^T x \rightarrow \min(\max)$$

s. t

$$Ax = a$$

$$Bx \leq b$$

$$lb \leq x \leq ub;$$

Таким чином цільова функція $f(x) = c^T x$ задана на множині значень $M = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = a, Bx \leq b, lb \leq x \leq ub\}$.

Пакет прикладних програм (ППП) MATLAB містить стандартні процедури для розв'язку задач лінійного програмування (linprog), квадратичного програмування (quadprog), нелінійного програмування (fzero, fsolve та інші) та інших задач дослідження операцій[3].

Проілюструємо використання процедури розв'язку задач лінійного програмування linprog для вирішення простої транспортної задачі з двома постачальниками та трьома споживачами. Сценарій розв'язку має вигляд:

```
NumPlants = 2;    % Виробники
NumMarkets = 3;   % Споживачі
a = [350 600]';   % Виробництво
b = [325 300 275]'; % Попит
c = [2.5 1.7 1.8; % Витрати на транспортування
     2.5 1.8 1.4];
% Виділення пам'яті для матриць
Asupply = zeros(NumPlants,NumPlants*NumMarkets);
Ademand = zeros(NumMarkets,NumPlants*NumMarkets);
% Заповнення матриць методом північно-західного кута
for i=1:NumPlants
    for j=1:NumMarkets
        k = (i-1)*NumMarkets + j;
        Asupply(i, k) = 1;
        Ademand(j, k) = 1;
    end
end
A = [Asupply;-Ademand];
```

```

B = [a;-b];
C = reshape(c',NumPlants*NumMarkets,1);
lb = zeros(NumPlants*NumMarkets,1);

options = optimoptions('linprog','Algorithm','dual-simplex');
[x,z] = linprog(C,A,B,[],[],lb,[],[],options);
x=reshape(x,NumMarkets,NumPlants)';
z,x
% Результат роботи програми
z =
    153.6750
x =
     0    300     0
    325     0    275

```

Висновок. Використання ППП MATLAB дозволяє скоротити час на розробку програм для вирішення типових задач оптимізації. Крім того, ППП MATLAB має можливість інтеграції з іншими програмними системами, що дозволяє ефективно будувати інформаційні системи для транспортних підприємств.

Список використаної літератури

1. Solve linear programming problems using MATLAB – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/linprog.html>
2. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Підручник. – К.: Слово., 2006. – 816 с.
3. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. – М.: Наука, 1968.– 384 с.